HOCMAI

TỔ TOÁN HOCMAI

(Đề thi gồm 2 trang)

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ HỌC KỲ II MÔN TOÁN 11

NĂM HỌC 2015 - 2016

*Thời gian làm bài: **90 phút**, không kể thời gian giao đề*

A. Trắc nghiệm *(2 điểm)*

Câu 1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là tứ giác lồi. Gọi O là giao điểm hai đường chéo. Xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) qua O và (α) song song với AB và SC. Thiết diện là hình gì?

A. Tam giác B.Tứ giác C.Hình thang D.Hình bình hành

Câu 2. Hàm số $y=\sqrt[3]{2x^2-3x+1}$ có đạo hàm $f'(0)$ là:

A. $\frac{-1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. -1

Câu 3. Giá trị $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{\sqrt{x+7}-\sqrt{3x+3}}$ là:

A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

Câu 4. Gieo 2 con súc sắc đồng chất, tính xác suất để các mặt xuất hiện có số chấm bằng nhau

A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{2}$

B. Tự luận *(8 điểm)*

Câu 1 *(2 điểm)*. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & khi\ x>2\\ mx+\dfrac{1}{4} & khi\ x\le 2\end{cases}$ có giới hạn tại x = 2

Hướng dẫn

Có $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2}$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{3x+2-8}{(x-2)\left(\sqrt[3]{(3x+2)^2}+2\sqrt[3]{3x+2}+2^2\right)}=\lim_{x\to 2^+}\frac{3}{\left(\sqrt[3]{(3x+2)^2}+2\sqrt[3]{3x+2}+2^2\right)}=\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-}\left(mx+\frac{1}{4}\right) = 2m+\frac{1}{4} \qquad\qquad f\left(0\right) = 2m+\frac{1}{4}$$

Vậy để tồn tại giới hạn của $f(x)$ tại $x=0$ thì $2m+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{4} \Rightarrow m=0$

Câu 2 *(1 điểm)*. Giải phương trình $\tan x + \cot x = 2\ \ \sin 2x + \cos 2x$

Hướng dẫn

Điều kiện: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2\sin x \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq k\dfrac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$.

$$* \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x} = 2\ \ \sin 2x + \cos 2x \quad \Leftrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = 2\ \ \sin 2x + \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = 2\ \ \sin 2x + \cos 2x \quad \Leftrightarrow \frac{1}{\sin 2x} = \ \ \sin 2x + \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x\ \ \sin 2x + \cos 2x\ \ = 1 \Leftrightarrow \sin^2 2x + \sin 2x \cos 2x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x \cos 2x - \cos^2 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x\ \ \sin 2x - \cos 2x\ \ = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\cos 2x \sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = 0 \\ \sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{8}+l\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right. \quad k,l\in\mathbb{Z}$$

Kết hợp với điều kiện, phương trình có 2 họ nghiệm:

$$x = \frac{\pi}{4}+k\pi \ \vee\ x = \frac{\pi}{8}+l\frac{\pi}{2}, \quad k,l\in\mathbb{Z}$$

Câu 3 *(2 điểm)*. Cho hàm số : $y=\sqrt{x^2-2x}$, lập phương trình tiếp tuyến của hàm số biết nó hợp với trục Ox một góc 60^0

Hướng dẫn

Ta có $y' = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$. Có tiếp tuyến của (C) hợp với trục Ox một góc 60^0

Suy ra hệ số góc k của tiếp tuyến $\left[\begin{array}{l} k=\tan 60^0 \\ k=\tan 120^0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=\sqrt{3} \\ k=-\sqrt{3} \end{array}\right.$

Gọi điểm $M\left(x_0; y_0\right)$ là điểm tiếp xúc của tiếp tuyến với đồ thị (C) khi đó

+) Với $k=\sqrt{3} => y'\left(x_0\right)=\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow \frac{x_0-1}{\sqrt{x_0^2-2x_0}}=\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ \left(x_0-1\right)^2=3\left(x_0^2-2x_0\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ 2x_0^2-4x_0-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ \left[\begin{array}{l} x_0=\dfrac{2+\sqrt{6}}{2} \\ x_0=\dfrac{2-\sqrt{6}}{2}(L) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x_0=\frac{2+\sqrt{6}}{2}$$

$$=> y_0=\sqrt{\left(\frac{2+\sqrt{6}}{2}\right)^2-2.\frac{2+\sqrt{6}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y=\sqrt{3}\left(x-\frac{2+\sqrt{6}}{2}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}$

+)Với $k=-\sqrt{3} => y'\left(x_0\right)=-\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow \frac{x_0-1}{\sqrt{x_0^2-2x_0}}=-\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ \left(1-x_0\right)^2=3\left(x_0^2-2x_0\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ 2x_0^2-4x_0-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ \left[\begin{array}{l} x_0=\dfrac{2+\sqrt{6}}{2}(L) \\ x_0=\dfrac{2-\sqrt{6}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x_0=\frac{2-\sqrt{6}}{2}$$

$$=> y_0=\sqrt{\left(\frac{2-\sqrt{6}}{2}\right)^2-2.\frac{2-\sqrt{6}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y=-\sqrt{3}\left(x-\frac{2-\sqrt{6}}{2}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}$

Kết luận: Vậy có 2 phương trình tiếp tuyến là:

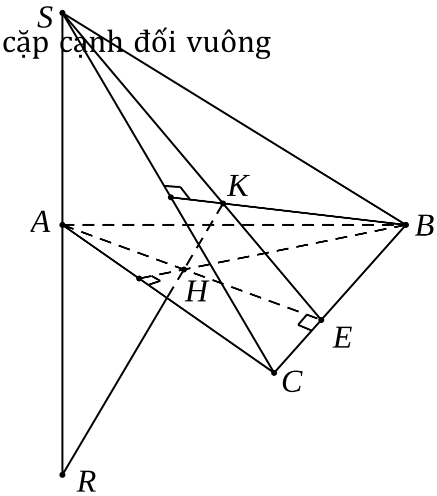
$$y=\sqrt{3}\left(x-\frac{2+\sqrt{6}}{2}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ và } y=-\sqrt{3}\left(x-\frac{2-\sqrt{6}}{2}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 3 *(3 điểm)*. Cho tứ diện $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của tam giác ABC và SBC.

a. Chứng minh rằng ba đường thẳng AH, SK và BC đồng quy.

b. Chứng minh rằng $SC\perp(BHK)$ và $HK\perp(SBC)$.

c. Kéo dài SA cắt HK tại R. Chứng minh rằng tứ diện $SBCK$ có các cặp cạnh đối vuông góc.



Hướng dẫn

a. Gọi E là chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAE)$

Suy ra $BC \perp SE$

Vậy ba đường thẳng AH, SK và BC đồng quy tại E.

b. Ta có $\left.\begin{matrix} SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BH \\ AC \perp BH \end{matrix}\right\} \Rightarrow BH \perp (SAC) \Rightarrow BH \perp SC$

Mà $BK \perp SC \Rightarrow SC \perp (BHK)$ (đpcm)

Khi đó $SC \perp HK$ (1)

Mà theo ý a) ta có $BC \perp (SAE) \Rightarrow BC \perp HK$ (2)

Từ (1), (2), suy ra $HK \perp (SBC)$ (đpcm).

c. Trong tứ diện $SBRC$ có $SR \perp BC$

Ta có $RB \subset (HKB) \Rightarrow SC \perp RB$ (vì $SC \perp (BHK)$ chứa RB).

Chứng minh tương tự ta được $RC \perp SB$ (đpcm).