

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Cho hàm số $y = \begin{cases} \sqrt{x+2} & x \geq -2 \\ \frac{1}{x+2} & x < -2 \end{cases}$. Tập xác định của hàm số là:

- A. $R \setminus \{-2\}$ B. $[-2; +\infty)$ **C. R** D. $(-\infty; -2)$

Câu 2. Phương trình $\sqrt{-x^2 + 10x - 25} = 0$

- A. Vô nghiệm
B. Có nghiệm duy nhất
C. Mọi x đều là nghiệm
D. Vô số nghiệm

Câu 3. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \frac{1}{x-1}$. Khi đó

- A. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$; nghịch biến trên $(-\infty; 1)$**
B. Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$; nghịch biến trên $(-\infty; -1)$
C. Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$; đồng biến trên $(-\infty; 1)$
D. Hàm số nghịch biến trên $(-1; +\infty)$; đồng biến trên $(-\infty; -1)$

Câu 4. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**:

- A. Đây không phải là phương trình đường tròn
B. Đây là phương trình Parabol.
C. Đây là phương trình đường tròn có tâm $I(2;1), R = 2$
D. Đây là phương trình đường tròn có tâm $I(1;1), R = 2$

B. Tự luận

Câu 1. Giải phương trình : $x + \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 6$

Hướng dẫn

Điều kiện: $x \geq 1$

Đặt $a = \sqrt{x-1}$, $b = \sqrt{5 + \sqrt{x-1}}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) thì ta đưa về hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} a^2 + b = 5 \\ b^2 - a = 5 \end{cases} \rightarrow (a+b)(a-b+1) = 0 \Rightarrow a-b+1 = 0 \Rightarrow a = b-1$$

$$\text{Vậy } \sqrt{x-1} + 1 = \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 5 - x \Rightarrow x = \frac{11 - \sqrt{17}}{2}$$

Câu 2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x^4 - x^2y^2 + 4y^4} + \sqrt{x^4 + 20x^2y^2 + 4y^4} = 7xy \\ x^2 - xy + y^2 = 1 \end{cases}$$

Hướng dẫn: Điều kiện $xy \geq 0$

Vì $x = y = 0$ không là nghiệm của hệ. Do đó: $\sqrt{x^4 - x^2y^2 + 4y^4} + \sqrt{x^4 + 20x^2y^2 + 4y^4} = 7xy$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^4 - x^2y^2 + 4y^4} - 2xy + \sqrt{x^4 + 20x^2y^2 + 4y^4} - 5xy = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^4 - x^2y^2 + 4y^4 - 4x^2y^2}{\sqrt{x^4 - x^2y^2 + 4y^4} + 2xy} + \frac{x^4 + 20x^2y^2 + 4y^4 - 25x^2y^2}{\sqrt{x^4 + 20x^2y^2 + 4y^4} + 5xy} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^4 - 5x^2y^2 + 4y^4}{\sqrt{x^4 - x^2y^2 + 4y^4} + 2xy} + \frac{x^4 - 5x^2y^2 + 4y^4}{\sqrt{x^4 + 20x^2y^2 + 4y^4} + 5xy} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^4 - 5x^2y^2 + 4y^4) \left(\frac{1}{\sqrt{x^4 - x^2y^2 + 4y^4} + 2xy} + \frac{1}{\sqrt{x^4 + 20x^2y^2 + 4y^4} + 5xy} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 5x^2y^2 + 4y^4 = 0 \Leftrightarrow (x+2y)(x-2y)(x+y)(x-y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=0 \\ x-y=0 \end{cases} \text{ do } (xy > 0)$$

Thay ngược vào phương trình còn lại ta được

$$+ \text{ Với } x=y \Rightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x=y = \pm 1$$

$$+ \text{ Với } x=2y \Rightarrow y^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm $S = \left\{ (1;1), (-1;-1); \left(\frac{2}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right); \left(\frac{-2}{\sqrt{3}}; \frac{-1}{\sqrt{3}} \right) \right\}$

Bài 3. Số tiền điện phải trả của 50 gia đình trong một tháng ở một khu phố được thông kê trong bảng sau:

Lớp	[375; 449]	[450; 524]	[525; 599]	[600; 674]	[675; 749]	[750; 825]
Tần số	6	15	10	6	9	4

(đơn vị: nghìn đồng)

Hãy cho biết các thông tin sau:

- Dấu hiệu và đơn vị điều tra là gì? Kích thước mẫu là bao nhiêu?
- Tính số trung bình, số trung vị, mốt.
- Tính phương sai và độ lệch chuẩn.

Hướng dẫn:

- Dấu hiệu điều tra: Số tiền điện phải trả trong 1 tháng.
- Đơn vị điều tra: gia đình
- Kích thước mẫu: 50

- Số trung bình: 575,5
- Số trung vị: 562
- Mốt: 487
- Phương sai: 12980
- Độ lệch chuẩn: 114

Lớp	Giá trị trung gian	Tần số	Tần suất (%)
[375; 449]	412	6	12
[450; 524]	487	15	30
[525; 599]	562	10	20
[600; 674]	637	6	12
[675; 749]	712	9	18
[750; 825]	787	4	8
		N = 50	

Bài 4. Cho tam giác ABC, biết toạ độ đỉnh A(3;9), và phương trình hai đường trung tuyến

$$BM : 3x - 4y + 9 = 0, CN : y - 6 = 0.$$

- Viết phương trình các cạnh của tam giác đó.

b. Viết phương trình đường tròn đường kính BC

Hướng dẫn

a. Gọi $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$ vì B, C thuộc AM, CN nên

$$B = \left(x_B; \frac{3x_B + 9}{4} \right), C = (x_C; 6)$$

Vì M, N lần lượt là trung điểm của AC và AB nên

$$x_M = \frac{x_C + 3}{2}; y_M = \frac{6 + 9}{2} = \frac{15}{2}$$

$$M \in BM \Rightarrow 3 \cdot \frac{x_C + 3}{2} - 4 \cdot \frac{15}{2} + 9 = 0 \Leftrightarrow x_C = 11 \Rightarrow C(11; 6)$$

$$x_N = \frac{x_B + 3}{2}; y_N = \frac{3x_B + 9}{2}$$

$$N \in CN \Rightarrow \frac{3x_B + 9}{2} = 6 \Rightarrow x_B = 1 \Rightarrow y_B = 3 \Rightarrow B(1; 3)$$

Vậy ta đã biết được tọa độ 3 đỉnh của tam giác ABC \Rightarrow PT các cạnh của tam giác ABC

$$AB: 3x - y = 0, \quad AC: 3x + 8y = 81, \quad BC: -3x + 10y = 27$$

b. Gọi D là trung điểm BC $\Rightarrow D\left(6, \frac{9}{2}\right)$, khoảng cách $DB = \sqrt{(6-1)^2 + \left(\frac{9}{2}-3\right)^2} = \sqrt{\frac{109}{4}}$

phương trình đường tròn đường kính BD là: $(x-6)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{109}{4}$